

ПЪЛНИ И ПОДРОБНИ РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ

Модулни уравнения (стр. 69) и Показателни уравнения (стр. 75, 79, 83)

СТРАНИЦА 69: Модулни уравнения

Задача 1: $|2x - 1| + 3 \cdot |2x - 1| = 12$

Събираме еднаквите модули: $4 \cdot |2x - 1| = 12$

Делим на 4: $|2x - 1| = 3$

1. случай: $2x - 1 = 3 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

2. случай: $2x - 1 = -3 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$

Отговор: $x \in \{-1; 2\}$

Задача 2: $7 \cdot |x + 3| - 5 \cdot |x + 3| = 6$

Изваждаме модулите: $2 \cdot |x + 3| = 6$

Делим на 2: $|x + 3| = 3$

1. случай: $x + 3 = 3 \Rightarrow x = 0$

2. случай: $x + 3 = -3 \Rightarrow x = -6$

Отговор: $x \in \{-6; 0\}$

Задача 3: $|x + 3| - |5x + 15| = -8$

Изнасяме 5 пред скоби в модула: $|x + 3| - 5 \cdot |x + 3| = -8$

Изваждаме модулите: $-4 \cdot |x + 3| = -8$

Делим на -4: $|x + 3| = 2$

1. случай: $x + 3 = 2 \Rightarrow x = -1$

2. случай: $x + 3 = -2 \Rightarrow x = -5$

Отговор: $x \in \{-5; -1\}$

Задача 4: $|6x - 2| - |9x - 3| = -5$

Изнесяме множители: $2 \cdot |3x - 1| - 3 \cdot |3x - 1| = -5$

Изваждаме модулите: $-1 \cdot |3x - 1| = -5 \Rightarrow |3x - 1| = 5$

1. случай: $3x - 1 = 5 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

2. случай: $3x - 1 = -5 \Rightarrow 3x = -4 \Rightarrow x = -4/3$

Отговор: $x \in \{-4/3; 2\}$

Задача 5: $|x^2 - 2x - 4| = 4$

1. случай: $x^2 - 2x - 4 = 4 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 4, x = -2$

2. случай: $x^2 - 2x - 4 = -4 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$

Отговор: $x \in \{-2; 0; 2; 4\}$

Задача 6: $|x^2 + 2x - 4| = 4$

1. случай: $x^2 + 2x - 4 = 4 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = -4, x = 2$

2. случай: $x^2 + 2x - 4 = -4 \Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$

Отговор: $x \in \{-4; -2; 0; 2\}$

Задача 7: $|x^2 - 2x - 1| = 2$

1. случай: $x^2 - 2x - 1 = 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 3, x = -1$

2. случай: $x^2 - 2x - 1 = -2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$

Отговор: $x \in \{-1; 1; 3\}$

Задача 8: $|x^2 + 5x| = 6$

1. случай: $x^2 + 5x = 6 \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x + 6)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = -6, x = 1$

2. случай: $x^2 + 5x = -6 \Rightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x + 2)(x + 3) = 0 \Rightarrow x = -3, x = -2$

Отговор: $x \in \{-6; -3; -2; 1\}$

Задача 9: $|x^2 + 4x| = 3$

1. случай: $x^2 + 4x = 3 \Rightarrow x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow D = 16 + 12 = 28 \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{7}$
2. случай: $x^2 + 4x = -3 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x + 3) = 0 \Rightarrow x = -3, x = -1$

Отговор: $x \in \{-3; -1; -2 - \sqrt{7}; -2 + \sqrt{7}\}$

Задача 10: $|3x^2 - 5x + 1| = 1$

1. случай: $3x^2 - 5x + 1 = 1 \Rightarrow 3x(x - 5/3) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 5/3$
2. случай: $3x^2 - 5x + 1 = -1 \Rightarrow 3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 1)(3x - 2) = 0 \Rightarrow x = 2/3, x = 1$

Отговор: $x \in \{0; 2/3; 1; 5/3\}$

Задача 11: $|x^2 + 5x + 4| = 4$

1. случай: $x^2 + 5x + 4 = 4 \Rightarrow x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x(x + 5) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -5$
2. случай: $x^2 + 5x + 4 = -4 \Rightarrow x^2 + 5x + 8 = 0 \Rightarrow D = 25 - 32 = -7 < 0 \Rightarrow$
Няма реални корени

Отговор: $x \in \{-5; 0\}$

Задача 12: $|x^2 - 4x + 1.5| = 1.5$

1. случай: $x^2 - 4x + 1.5 = 1.5 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$
2. случай: $x^2 - 4x + 1.5 = -1.5 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 3$

Отговор: $x \in \{0; 1; 3; 4\}$

Задача 13: $|x^2 - 7x + 3| = 3$

1. случай: $x^2 - 7x + 3 = 3 \Rightarrow x^2 - 7x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 7$
2. случай: $x^2 - 7x + 3 = -3 \Rightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 6) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 6$

Отговор: $x \in \{0; 1; 6; 7\}$

Задача 14: $|x^2 + 2x + 9| = 1$

1. случай: $x^2 + 2x + 9 = 1 \Rightarrow x^2 + 2x + 8 = 0 \Rightarrow D = 4 - 32 = -28 < 0$ (Няма реални корени)

2. случай: $x^2 + 2x + 9 = -1 \Rightarrow x^2 + 2x + 10 = 0 \Rightarrow D = 4 - 40 = -36 < 0$
(Няма реални корени)

Отговор: Няма реални корени

Задача 15: $|x^2 - 3x + 2| = 0$

Модулът е равен на 0 само когато подмодулният израз е 0:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 2) = 0$$

Отговор: $x \in \{1; 2\}$

Задача 16: $|2x^2 - 3x - 2| = -1$

Тъй като абсолютната стойност винаги е неотрицателно число (≥ 0),
тя не може да бъде равна на -1.

Отговор: Няма решение

Задача 17: $|(x + 3)^2 - 2(x + 1)| = 4$

Разкриваме вътрешните скоби: $x^2 + 6x + 9 - 2x - 2 = x^2 + 4x + 7$

Уравнението става: $|x^2 + 4x + 7| = 4$

1. случай: $x^2 + 4x + 7 = 4 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x + 3) = 0 \Rightarrow x = -1, x = -3$

2. случай: $x^2 + 4x + 7 = -4 \Rightarrow x^2 + 4x + 11 = 0 \Rightarrow D = 16 - 44 = -28 < 0$
(Няма корени)

Отговор: $x \in \{-3; -1\}$

Задача 18: $|(x - 2)^2 - 2(x - 1)| = 1$

Разкриваме скобите: $x^2 - 4x + 4 - 2x + 2 = x^2 - 6x + 6$

Уравнението става: $|x^2 - 6x + 6| = 1$

1. случай: $x^2 - 6x + 6 = 1 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 5$

2. случай: $x^2 - 6x + 6 = -1 \Rightarrow x^2 - 6x + 7 = 0 \Rightarrow D = 36 - 28 = 8 \Rightarrow x = 3 \pm \sqrt{2}$

Отговор: $x \in \{1; 5; 3 - \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2}\}$

Задача 19: $|x^4 - 5| = 4$

1. случай: $x^4 - 5 = 4 \Rightarrow x^4 = 9 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

2. случай: $x^4 - 5 = -4 \Rightarrow x^4 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

Отговор: $x \in \{-\sqrt{3}; -1; 1; \sqrt{3}\}$

Задача 20: $|16x^4 - 5| = 4$

1. случай: $16x^4 - 5 = 4 \Rightarrow 16x^4 = 9 \Rightarrow x^4 = 9/16 \Rightarrow x^2 = 3/4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}/2$

2. случай: $16x^4 - 5 = -4 \Rightarrow 16x^4 = 1 \Rightarrow x^4 = 1/16 \Rightarrow x^2 = 1/4 \Rightarrow x = \pm 1/2$

Отговор: $x \in \{-\sqrt{3}/2; -1/2; 1/2; \sqrt{3}/2\}$

Задача 21: $|x^4 - 5x^2 + 2| = 2$

1. случай: $x^4 - 5x^2 + 2 = 2 \Rightarrow x^2(x^2 - 5) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm\sqrt{5}$

2. случай: $x^4 - 5x^2 + 2 = -2 \Rightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x = \pm 1, x = \pm 2$

Отговор: $x \in \{-2; -\sqrt{5}; -1; 0; 1; \sqrt{5}; 2\}$

Задача 22: $|x^4 - 4x^2 + 1.5| = 1.5$

1. случай: $x^4 - 4x^2 + 1.5 = 1.5 \Rightarrow x^2(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm 2$

2. случай: $x^4 - 4x^2 + 1.5 = -1.5 \Rightarrow x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 3) = 0 \Rightarrow x = \pm 1, x = \pm\sqrt{3}$

Отговор: $x \in \{-2; -\sqrt{3}; -1; 0; 1; \sqrt{3}; 2\}$

Задача 23: $|x^4 - 7x^2 + 3| = 3$

1. случай: $x^4 - 7x^2 + 3 = 3 \Rightarrow x^2(x^2 - 7) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm\sqrt{7}$

2. случай: $x^4 - 7x^2 + 3 = -3 \Rightarrow x^4 - 7x^2 + 6 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 6) = 0 \Rightarrow x = \pm 1, x = \pm\sqrt{6}$

Отговор: $x \in \{-\sqrt{7}; -\sqrt{6}; -1; 0; 1; \sqrt{6}; \sqrt{7}\}$

Задача 24: $|x^4 + 2x^2 - 4| = 4$

1. случай: $x^4 + 2x^2 - 4 = 4 \Rightarrow x^4 + 2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow (x^2 + 4)(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

2. случай: $x^4 + 2x^2 - 4 = -4 \Rightarrow x^4 + 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 + 2) = 0 \Rightarrow x = 0$

Отговор: $x \in \{-\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}\}$

Задача 5

а) $2^{x^2+3x} = 16 \Rightarrow 2^{x^2+3x} = 2^4 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow \mathbf{x = -4, x = 1}$

б) $3^{x^2+2x} = 27 \Rightarrow 3^{x^2+2x} = 3^3 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow \mathbf{x = -3, x = 1}$

в) $5^{x^2+2x} = 125 \Rightarrow 5^{x^2+2x} = 5^3 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow \mathbf{x = -3, x = 1}$

г) $7^{x^2+x} = 49 \Rightarrow 7^{x^2+x} = 7^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \mathbf{x = -2, x = 1}$

Задача 6

а) $3 \cdot 2^x + 2^{x+2} = 28 \Rightarrow 3 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x = 28 \Rightarrow 7 \cdot 2^x = 28 \Rightarrow 2^x = 4 \Rightarrow \mathbf{x = 2}$

б) $5 \cdot 3^x + 3^{x+1} = 72 \Rightarrow 5 \cdot 3^x + 3 \cdot 3^x = 72 \Rightarrow 8 \cdot 3^x = 72 \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow \mathbf{x = 2}$

в) $7^{x+1} - 2 \cdot 7^x = 245 \Rightarrow 7 \cdot 7^x - 2 \cdot 7^x = 245 \Rightarrow 5 \cdot 7^x = 245 \Rightarrow 7^x = 49 \Rightarrow \mathbf{x = 2}$

г) $5^{x+2} - 7 \cdot 5^x = 450 \Rightarrow 25 \cdot 5^x - 7 \cdot 5^x = 450 \Rightarrow 18 \cdot 5^x = 450 \Rightarrow 5^x = 25 \Rightarrow \mathbf{x = 2}$

Задача 7

а) $2^{x+3} - 5 \cdot 2^x = 48 \Rightarrow 8 \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x = 48 \Rightarrow 3 \cdot 2^x = 48 \Rightarrow 2^x = 16 \Rightarrow \mathbf{x = 4}$

б) $3^{x+2} - 4 \cdot 3^x = 135 \Rightarrow 9 \cdot 3^x - 4 \cdot 3^x = 135 \Rightarrow 5 \cdot 3^x = 135 \Rightarrow 3^x = 27 \Rightarrow \mathbf{x = 3}$

в) $7^{x+2} - 6 \cdot 7^x = 301 \Rightarrow 49 \cdot 7^x - 6 \cdot 7^x = 301 \Rightarrow 43 \cdot 7^x = 301 \Rightarrow 7^x = 7 \Rightarrow \mathbf{x = 1}$

г) $5^{x+3} - 3 \cdot 5^{x+2} = 250 \Rightarrow 125 \cdot 5^x - 75 \cdot 5^x = 250 \Rightarrow 50 \cdot 5^x = 250 \Rightarrow 5^x = 5 \Rightarrow \mathbf{x = 1}$

Задача 8

а) $2^{x^2+2x} \cdot 8^x = 4^3 \Rightarrow 2^{x^2+2x} \cdot 2^{3x} = 2^6 \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \mathbf{x = -6, x = 1}$

б) $3^{x^2+x} \cdot 9^{x+2} = 81 \Rightarrow 3^{x^2+x} \cdot 3^{2x+4} = 3^4 \Rightarrow x^2 + 3x = 0 \Rightarrow \mathbf{x = 0, x = -3}$

в) $5^{x^2-x} \cdot 25^{2x-1} = 25 \Rightarrow 5^{x^2-x} \cdot 5^{4x-2} = 5^2 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow \mathbf{x = -4, x = 1}$

г) $7^{x^2+2x} \cdot 49^{x-1} = 343 \Rightarrow 7^{x^2+2x} \cdot 7^{2x-2} = 7^3 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow \mathbf{x = -5, x = 1}$

Задача 9

$$a) 2^{5x-2} = 1 / 8^{x-2} \Rightarrow 2^{5x-2} = 2^{-3(x-2)} \Rightarrow 5x - 2 = -3x + 6 \Rightarrow 8x = 8 \Rightarrow x = 1$$

$$б) 3^{2x+6} = 1 / 9^{x+3} \Rightarrow 3^{2x+6} = 3^{-2(x+3)} \Rightarrow 2x + 6 = -2x - 6 \Rightarrow 4x = -12 \Rightarrow x = -3$$

$$в) 5^{3x+2} = 1 / 25^{x+4} \Rightarrow 5^{3x+2} = 5^{-2(x+4)} \Rightarrow 3x + 2 = -2x - 8 \Rightarrow 5x = -10 \Rightarrow x = -2$$

$$г) 49^{3x-1} = 1 / 7^{x+2} \Rightarrow 7^{6x-2} = 7^{-(x+2)} \Rightarrow 6x - 2 = -x - 2 \Rightarrow 7x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Задача 10

$$a) (2/3)^{x^2-x} = (27/8)^{x-1} \Rightarrow (2/3)^{x^2-x} = (2/3)^{-3(x-1)} \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -3, x = 1$$

$$б) (3/5)^{x^2+x} = (125/27)^{x+1} \Rightarrow (3/5)^{x^2+x} = (3/5)^{-3(x+1)} \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3, x = -1$$

$$в) (2/9)^{x^2+3x} = (81/4)^{x+2} \Rightarrow (2/9)^{x^2+3x} = (2/9)^{-2(x+2)} \Rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4, x = -1$$

$$г) (3/7)^{x^2-3} = (49/9)^x \Rightarrow (3/7)^{x^2-3} = (3/7)^{-2x} \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -3, x = 1$$

Задача 11

$$a) 0.125 \cdot 2^{x+5} = 4^{x+2} \Rightarrow 2^{-3} \cdot 2^{x+5} = 2^{2x+4} \Rightarrow x + 2 = 2x + 4 \Rightarrow x = -2$$

$$б) 0.25 \cdot 8^{x+1} = 4^x \Rightarrow 2^{-2} \cdot 2^{3x+3} = 2^{2x} \Rightarrow 3x + 1 = 2x \Rightarrow x = -1$$

$$в) \sqrt[3]{2^{x+5}} = 1 / 8 \Rightarrow 2^{(x+5)/3} = 2^{-3} \Rightarrow (x+5)/3 = -3 \Rightarrow x + 5 = -9 \Rightarrow x = -14$$

$$г) \sqrt[3]{9^{x+2}} = 1 / 81 \Rightarrow 3^{(2x+4)/3} = 3^{-4} \Rightarrow (2x+4)/3 = -4 \Rightarrow 2x + 4 = -12 \Rightarrow x = -8$$

Задача 12

$$a) 2^{x+1} = 3^x \Rightarrow 2 \cdot 2^x = 3^x \Rightarrow 2 = (3/2)^x \Rightarrow x = \log_{3/2} 2$$

$$б) 3^{x-2} = 5^x \Rightarrow 3^x / 9 = 5^x \Rightarrow 1/9 = (5/3)^x \Rightarrow x = \log_{5/3} (1/9)$$

$$в) 2^{2x-3} = 7^x \Rightarrow 4^x / 8 = 7^x \Rightarrow 1/8 = (7/4)^x \Rightarrow x = \log_{7/4} (1/8)$$

$$г) 5^{x-5} = 7^x \Rightarrow 5^x / 3125 = 7^x \Rightarrow 1/3125 = (7/5)^x \Rightarrow x = \log_{7/5} (1/3125)$$

Задачи 1 - 5 (Квадратни форми)

1. $2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 = 0 \Rightarrow$ Полагаме $2^x = y \Rightarrow y^2 - 10y + 16 = 0 \Rightarrow y = 2, y = 8 \Rightarrow \mathbf{x = 1, x = 3}$

2. $3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Rightarrow$ Полагаме $3^x = y \Rightarrow y^2 - 10y + 9 = 0 \Rightarrow y = 1, y = 9 \Rightarrow \mathbf{x = 0, x = 2}$

3. $5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 25 = 0 \Rightarrow$ Полагаме $5^x = y \Rightarrow y^2 - 26y + 25 = 0 \Rightarrow y = 1, y = 25 \Rightarrow \mathbf{x = 0, x = 2}$

4. $3^{2x} - 5 \cdot 3^x + 6 = 0 \Rightarrow$ Полагаме $3^x = y \Rightarrow y^2 - 5y + 6 = 0 \Rightarrow y = 2, y = 3 \Rightarrow \mathbf{x = \log_3 2, x = 1}$

5. $7^{2x} - 6 \cdot 7^x + 5 = 0 \Rightarrow$ Полагаме $7^x = y \Rightarrow y^2 - 6y + 5 = 0 \Rightarrow y = 1, y = 5 \Rightarrow \mathbf{x = 0, x = \log_7 5}$

Задачи 6 - 15 (Сложни полагания)

6. $4^x + 2^{x+1} - 80 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 + 2 \cdot 2^x - 80 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y - 80 = 0 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow \mathbf{x = 3}$

7. $9^x - 2 \cdot 3^x - 8 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y - 8 = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow \mathbf{x = \log_3 4}$

8. $25^{x-2} - 24 \cdot 5^{x-3} - 1 = 0 \Rightarrow$ Умножаваме по 625: $5^{2x} - 120 \cdot 5^x - 625 = 0 \Rightarrow y = 125 \Rightarrow \mathbf{x = 3}$

9. $3^x - 3^{2-x} - 8 = 0 \Rightarrow y - 9/y - 8 = 0 \Rightarrow y^2 - 8y - 9 = 0 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow \mathbf{x = 2}$

10. $3 \cdot 9^{x+1} - 2 \cdot 3^{x+1} - 1 = 0 \Rightarrow 27 \cdot 3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 1 = 0 \Rightarrow y = 1/3 \Rightarrow \mathbf{x = -1}$

11. $16^x - 5 \cdot 4^{x+1} + 64 = 0 \Rightarrow y^2 - 20y + 64 = 0 \Rightarrow y = 4, y = 16 \Rightarrow \mathbf{x = 1, x = 2}$

12. $2^{2(x^2-x)-3} - 2^{x^2-x-2} - 1 = 0 \Rightarrow$ Полагаме $t = x^2 - x$, после $2^t = y \Rightarrow y = 4 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \mathbf{x = 2, x = -1}$

13. $9^{x^2-1} - 36 \cdot 3^{x^2-3} + 3 = 0 \Rightarrow$ Умножаваме по 9: $3^{2x^2} - 12 \cdot 3^{x^2} + 27 = 0 \Rightarrow y = 3, y = 9 \Rightarrow \mathbf{x = \pm 1, x = \pm \sqrt{2}}$

14. $4^{\sqrt{x-2}} - 10 \cdot 2^{\sqrt{x-2}} + 16 = 0 \Rightarrow y^2 - 10y + 16 = 0 \Rightarrow y = 2, y = 8 \Rightarrow \sqrt{x-2} = 1$ или $3 \Rightarrow \mathbf{x = 3, x = 11}$

15. $9^{\sqrt{3x}} - 12 \cdot 3^{\sqrt{3x}} + 27 = 0 \Rightarrow y^2 - 12y + 27 = 0 \Rightarrow y = 3, y = 9 \Rightarrow \sqrt{3x} = 1$ или $2 \Rightarrow \mathbf{x = 1/3, x = 4/3}$

Задачи 16 - 20 (Хомогенни показателни уравнения)

16. $2^{2x} + 2^x \cdot 5^x - 2 \cdot 5^{2x} = 0 \Rightarrow$ Делим на $5^{2x} \Rightarrow (2/5)^{2x} + (2/5)^x - 2 = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \mathbf{x = 0}$

17. $3^{2x} + 2 \cdot 3^x \cdot 7^x - 3 \cdot 7^{2x} = 0 \Rightarrow$ Делим на $7^{2x} \Rightarrow (3/7)^{2x} + 2 \cdot (3/7)^x - 3 = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \mathbf{x = 0}$

18. $4^x + 2 \cdot 14^x - 3 \cdot 49^x = 0 \Rightarrow$ Делим на $49^x \Rightarrow (2/7)^{2x} + 2 \cdot (2/7)^x - 3 = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \mathbf{x = 0}$

19. $5 \cdot 4^x - 7 \cdot 10^x + 2 \cdot 25^x = 0 \Rightarrow$ Делим на $25^x \Rightarrow 5 \cdot (2/5)^{2x} - 7 \cdot (2/5)^x + 2 = 0 \Rightarrow y = 1, y = 2/5 \Rightarrow \mathbf{x = 0, x = 1}$

20. $4 \cdot 25^x - 21 \cdot 10^x - 25 \cdot 4^x = 0 \Rightarrow$ Делим на $4^x \Rightarrow 4 \cdot (5/2)^{2x} - 21 \cdot (5/2)^x - 25 = 0 \Rightarrow y = 25/4 \Rightarrow \mathbf{x = 2}$

СТРАНИЦА 83: Разнообразни методи и системи**Задачи 31 - 36 (Групиране и свойства)**

31. Идентична на Задача 6 от стр. 79. **Отговор: $x = 3$**

32. $2^x + 2^{2-x} = 5 \Rightarrow y + 4/y = 5 \Rightarrow y^2 - 5y + 4 = 0 \Rightarrow y = 1, y = 4 \Rightarrow \mathbf{x = 0, x = 2}$

33. $3^x + 3^{2-x} = 10 \Rightarrow y + 9/y = 10 \Rightarrow y^2 - 10y + 9 = 0 \Rightarrow y = 1, y = 9 \Rightarrow \mathbf{x = 0, x = 2}$

34. $2^{x+3} - 3^x = 3^{x+1} - 2^x \Rightarrow 8 \cdot 2^x + 2^x = 3 \cdot 3^x + 3^x \Rightarrow 9 \cdot 2^x = 4 \cdot 3^x \Rightarrow (2/3)^x = 4/9 \Rightarrow \mathbf{x = 2}$

35. $4^{x+1} + 4 \cdot 3^x = 3^{x+2} - 2^{2x} \Rightarrow 4 \cdot 4^x + 4^x = 9 \cdot 3^x - 4 \cdot 3^x \Rightarrow 5 \cdot 4^x = 5 \cdot 3^x \Rightarrow (4/3)^x = 1 \Rightarrow \mathbf{x = 0}$

36. $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 2 \cdot 5^x + 5^{x+1} \Rightarrow 2^x(1+2+4) = 5^x(2+5) \Rightarrow 7 \cdot 2^x = 7 \cdot 5^x \Rightarrow 2^x = 5^x \Rightarrow \mathbf{x = 0}$

Задачи 37 - 42 (Дробни и разлагащи се форми)

$$37. 6 / (4^x - 2) - 5 / (4^x + 1) = 2 \Rightarrow \text{Полагаме } 4^x = y \Rightarrow 2y^2 - 3y - 20 = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow 4^x = 4 \Rightarrow \mathbf{x = 1}$$

$$38. 8 / (5^x - 3) - 6 / (5^x + 1) = 3 \Rightarrow \text{Полагаме } 5^x = y \Rightarrow 3y^2 - 8y - 35 = 0 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow 5^x = 5 \Rightarrow \mathbf{x = 1}$$

$$39. 8^x - 4^x - 2^{x+3} + 8 = 0 \Rightarrow 2^{3x} - 2^{2x} - 8 \cdot 2^x + 8 = 0 \Rightarrow 2^{2x}(2^x - 1) - 8(2^x - 1) = 0 \Rightarrow (2^{2x} - 8)(2^x - 1) = 0 \Rightarrow \mathbf{x = 0, x = 1.5}$$

$$40. 4 \cdot 20^x - 20 \cdot 5^{x-1} - 5 \cdot 4^{x+1} + 20 = 0 \Rightarrow 4 \cdot 4^x \cdot 5^x - 4 \cdot 5^x - 20 \cdot 4^x + 20 = 0 \Rightarrow (5^x - 5)(4^x - 1) = 0 \Rightarrow \mathbf{x = 0, x = 1}$$

$$41. 5 \cdot 15^x - 3 \cdot 5^{x+1} - 3^x + 3 = 0 \Rightarrow 5 \cdot 3^x \cdot 5^x - 15 \cdot 5^x - 3^x + 3 = 0 \Rightarrow (5 \cdot 5^x - 1)(3^x - 3) = 0 \Rightarrow \mathbf{x = -1, x = 1}$$

$$42. 6^x - 8 \cdot 3^x - 9 \cdot 2^x + 72 = 0 \Rightarrow 3^x(2^x - 8) - 9(2^x - 8) = 0 \Rightarrow (3^x - 9)(2^x - 8) = 0 \Rightarrow \mathbf{x = 2, x = 3}$$
